

Otimização

Marina Andretta

ICMC-USP

2 de março de 2016

O que é Otimização?

Otimizar significa encontrar a melhor maneira de fazer algo, dada uma medida do que é ser “melhor”.

Estamos sempre otimizando:

- quando fazemos compras, queremos minimizar o dinheiro gasto, ou maximizar a qualidade do que foi comprado;
- quando fazemos matrícula, queremos fazer o maior número possível de disciplinas, sem, no entanto, prejudicar nosso desempenho;
- quando organizamos as horas de estudo, queremos aprender o máximo possível, de preferência no menor tempo.

Um exemplo - problema

Uma empresa que produz açúcar tem uma fábrica em São Carlos e outra em Araraquara (F_1 e F_2) e 3 clientes espalhados pelo estado de São Paulo, que chamaremos de C_1 , C_2 e C_3 .

A fábrica de São Carlos produz 50 toneladas de açúcar por semana, enquanto que a fábrica de Araraquara produz 100 toneladas.

Cada cliente possui uma demanda (em toneladas, por semana) por açúcar, dada pela tabela abaixo:

C_1	C_2	C_3
20	60	40

Um exemplo - problema

O custo c_{ij} , em reais, de enviar uma tonelada de produto de cada fábrica i para cada cliente j é dado pela tabela abaixo:

	C_1	C_2	C_3
F_1	35	20	40
F_2	90	55	70

O problema é determinar quanto açúcar enviar, em uma semana, de cada fábrica para cada cliente de modo a satisfazer todas as restrições e minimizar o custo.

Um exemplo - modelagem matemática

Para modelar este problema matematicamente, vamos definir variáveis x_{ij} que terão como valor a quantidade de toneladas de açúcar enviadas, em uma semana, da fábrica F_i para um cliente C_j .

Então, nosso problema fica:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & 35x_{11} + 20x_{12} + 40x_{13} + 90x_{21} + 55x_{22} + 77x_{23} \\ \text{sujeita a} & x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 50, \\ & x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 100, \\ & x_{11} + x_{21} = 20, \\ & x_{12} + x_{22} = 60, \\ & x_{13} + x_{23} = 40, \\ & x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23} \geq 0. \end{array}$$

Um exemplo - solução

Para este problema, a solução é

$$x_{11} = 20, x_{12} = 0, x_{13} = 30,$$

$$x_{21} = 0, x_{22} = 60, x_{23} = 10.$$

O custo total para enviar todas as toneladas necessárias de açúcar para os clientes será de 5970 reais.

ICMC - USP



Laboratório de Otimização (ICMC)



Eduardo Costa

Formação:

- Eng. Elétrica (USP)
- Mestrado (USP) e Doutorado (UNICAMP)

Área de pesquisa: problemas de controle e problemas de filtragem

Exemplos de aplicações:

- Obter a turbinagem $u(k)$ que maximiza a produção de energia (modelada por f) em uma hidroelétrica num período H (4 anos).



Laboratório de Otimização (ICMC)



Elias Helou Neto

Formação:

- Bel. Matemática Aplicada e Computacional (UNICAMP)
- Mestrado e Doutorado (UNICAMP)

Área de pesquisa: otimização de problemas inversos.

Exemplos de aplicações:

- Reconstruir imagens a partir de poucas amostras distorcidas - tomografia por emissão.



Laboratório de Otimização (ICMC)



Franklina Toledo

Formação:

- Bel. Matemática Aplicada e Computacional (UNICAMP)
- Mestrado e Doutorado (UNICAMP)

Área de pesquisa: desenvolvimento de modelos e métodos para problemas de otimização linear e/ou inteira.

Exemplos de aplicações:

- Problemas de corte de estoque – corte de peças irregulares.
- Problemas de dimensionamento de lotes: fundição, indústria têxtil.
- Problemas de *cross-docking*.



Laboratório de Otimização (ICMC)



Marina Andretta

Formação:

- Bel. Ciência da Computação (IME-USP)
- Mestrado e Doutorado (USP)

Área de pesquisa: desenvolvimento de métodos de programação não-linear e aplicações.

Exemplos de aplicações:

- Problemas de corte de estoque – corte de peças irregulares
- Empacotamento de itens circulares



Laboratório de Otimização (ICMC)



Maristela Santos

Formação:

- Lic. Matemática (UFMT)
- Mestrado e Doutorado (USP)

Área de pesquisa: desenvolvimento de métodos de otimização linear e aplicações.

Exemplos de aplicações:

- Problemas de planejamento da produção em indústrias (cervejeira, papeleira, química)
- Problemas de alocação (aulas, pessoas e etc).
- Redução de custos no planejamento de operações de bombas em redes de distribuição de água.



Laboratório de Otimização (ICMC)



Alunos:

Doutorado: 16

Mestrado: 8

Iniciação científica: 8

Página do Lot: www.otm.usp.br

Disciplina obrigatória do BMACC:

- sme0211 - otimização linear

Disciplinas obrigatórias para Ênfase em Otimização:

- sme0212 - otimização não-linear
- sme0213 - otimização inteira

Disciplinas optativas para Ênfase em Otimização:

- sme0214 - fluxos em redes
- sme0215 - laboratório de otimização
- sme0216 - tópicos em otimização combinatória

Problemas de corte e empacotamento - 1D



Problemas de corte e empacotamento - 2D



Problemas de corte e empacotamento - 3D



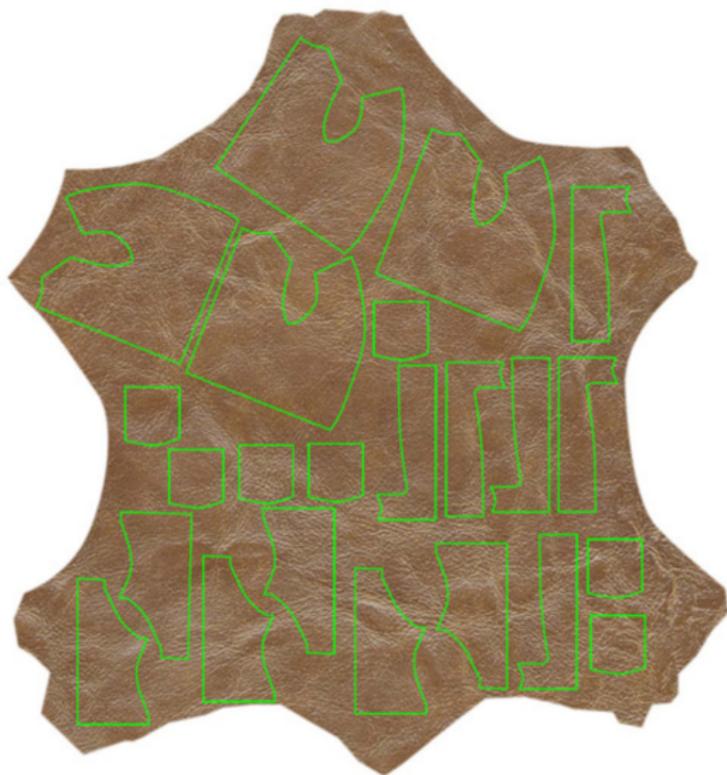
Problemas de corte e empacotamento



Problemas de corte de itens irregulares



Problemas de corte de itens irregulares



Problemas de corte de itens irregulares



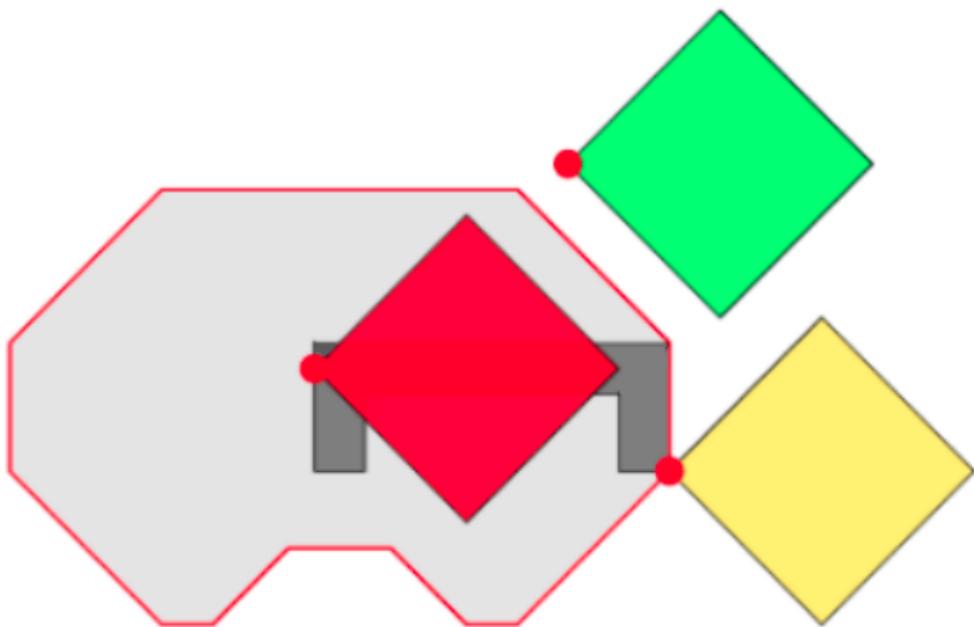
Problemas de corte de itens irregulares



No-fit-polygon



No-fit-polygon



Minimizar L
 sujeita a

$$l_i^{\min} \leq x_i \leq L - l_i^{\max}, \quad i = 1, \dots, N,$$

$$h_i^{\min} \leq y_i \leq H - h_i^{\max}, \quad i = 1, \dots, N,$$

$$C_{ij}^{pqk} + (a_x^k - b_x^k)(y_i - y_j) + (a_y^k - b_y^k)(x_i - x_j) \leq (1 - v_{ij}^{pqk})M, \quad i, j = 1, \dots, N, i \neq j,$$

$$\sum_{k \in K_{ip}} v_{ij}^{pqk} + \sum_{k \in K_{jq}} v_{ji}^{qpk} = 1, \quad k \in K_{ip},$$

$$(x_i, y_i) \in \mathcal{R}^2, \quad p \in P_i, q \in P_j,$$

$$v_{ij}^{pqk} \in \{0, 1\}, \quad 1 \leq i < j \leq N,$$

$$\quad \quad \quad p \in P_i, q \in P_j,$$

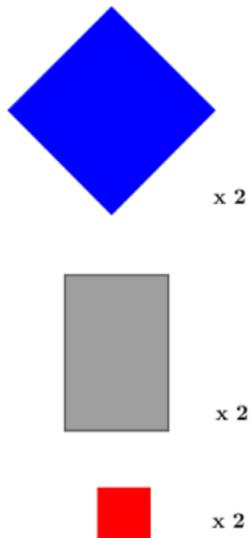
$$\quad \quad \quad i = 1, \dots, N,$$

$$\quad \quad \quad i, j = 1, \dots, N, i \neq j,$$

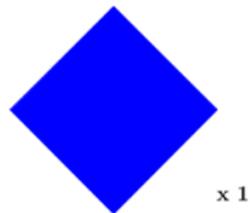
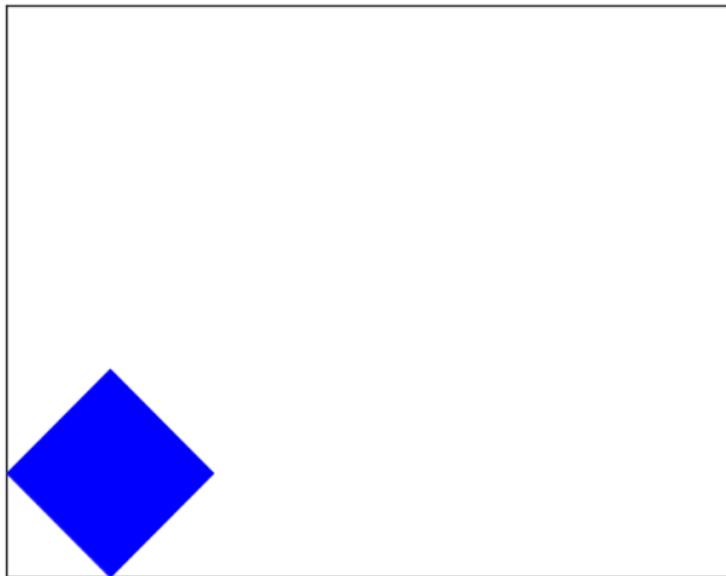
$$\quad \quad \quad k \in K_{ip}, p \in P_i, q \in P_j.$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Minimizar} & L \\
 \text{sujeita a} & l_i^{\min} \leq x_i \leq L - l_i^{\max}, \quad i = 1, \dots, N, \\
 & h_i^{\min} \leq y_i \leq H - h_i^{\max}, \quad i = 1, \dots, N, \\
 & \overline{C}_{pk}^{ij} - (a_{ij,x}^p - b_{ij,x}^p)(y_i - y_j) + \\
 & (a_{ij,y}^p - b_{ij,y}^p)(x_i - x_j) \leq (1 - v_{ij}^{pk})M, \quad i = 1, \dots, N-1, \\
 & \quad \quad \quad j = i+1, \dots, N, \\
 & \quad \quad \quad p \in Q_{ij}, \quad k \in \overline{K}_{ij}^p, \\
 & \sum_{k \in \overline{K}_{ij}^p} v_{ij}^{pk} = 1, \quad i = 1, \dots, N-1, \\
 & \quad \quad \quad j = i+1, \dots, N, \\
 & \quad \quad \quad p \in Q_{ij}, \\
 & (x_i, y_i) \in \mathcal{R}^2, \quad i = 1, \dots, N, \\
 & v_{ij}^{pk} \in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, \dots, N, \\
 & \quad \quad \quad k \in \overline{K}_{ij}^p, \quad p \in Q_{ij}.
 \end{array}$$

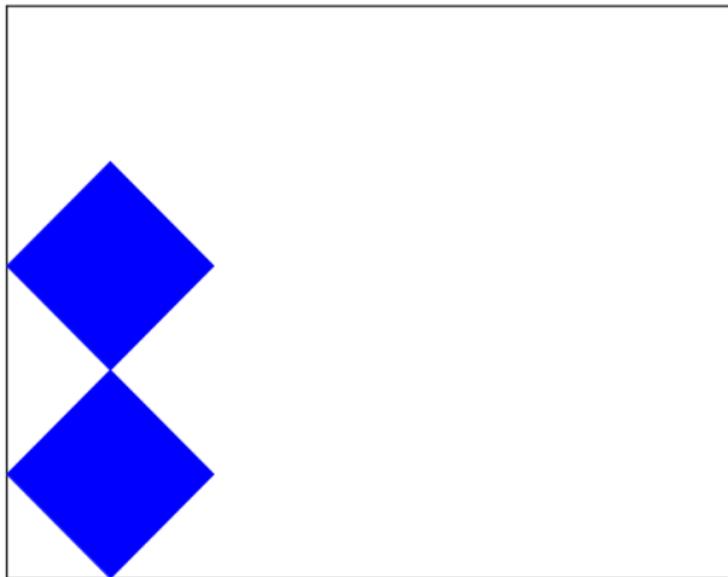
Heurística *Bottom-left*



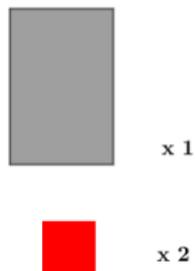
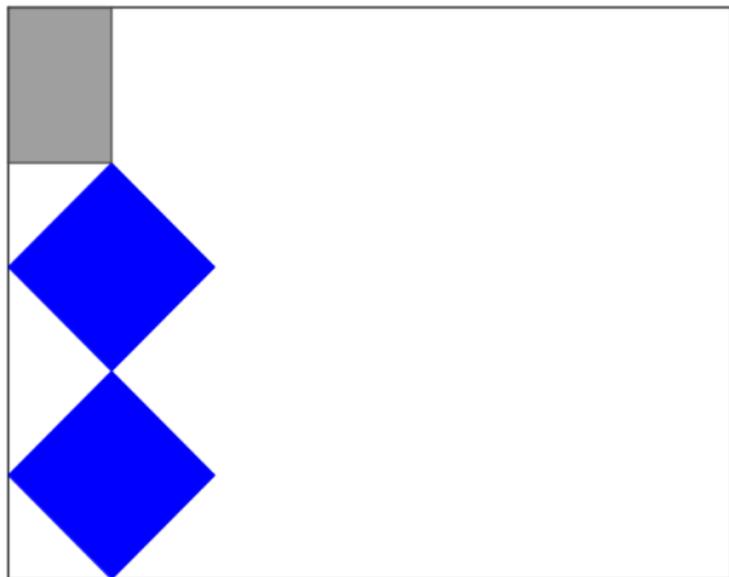
Heurística *Bottom-left*



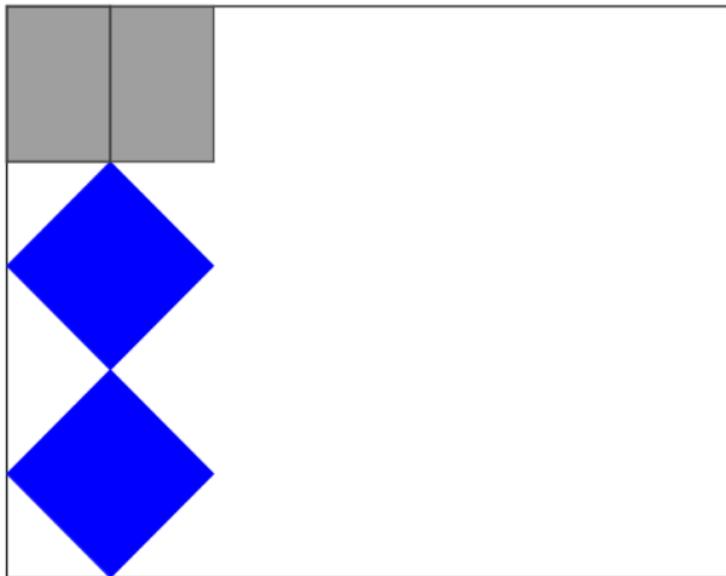
Heurística *Bottom-left*



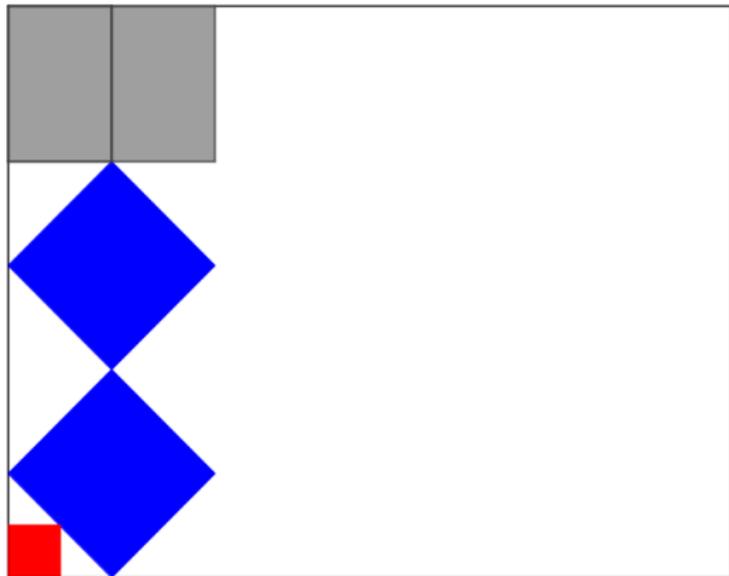
Heurística *Bottom-left*



Heurística *Bottom-left*



Heurística *Bottom-left*



Heurística *Bottom-left*

