

2ª Lista de Exercícios de Cálculo I SMA-0301

Professora: Regilene Delazari dos Santos Oliveira

Monitora: Patricia Hilario Tacuri

1. Seja $X \subset \mathbb{R}$ definido por:

$$X = \left\{ -\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

- Represente alguns elementos de X na reta real
- Segundo o gráfico qual é o $\sup X$
- De uma prova do item anterior segundo o seguinte roteiro.

$\forall n \in \mathbb{N}, \frac{1}{n} > 0$, daí $-\frac{1}{n} < 0$

Então 0 é cota superior de X

Seja $c \in \mathbb{R}, c < 0$, quero achar $n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $-\frac{1}{n_0} > c$

como $c < 0 \Rightarrow -c > 0$ e como \mathbb{R} é arquimediano $\Rightarrow \exists n_0 \in \mathbb{N}$ tal que $-\frac{1}{c} < n_0$, daí

$-1 > cn_0$ multiplicando por $c < 0$

$-\frac{1}{n_0} > c$ multiplicando por $\frac{1}{n_0} > 0$

logo c não é cota superior de X

Por tanto $0 = \sup X$

- Segundo o gráfico, qual é o $\inf X$
- Prove o afirmado no item anterior

2. Para $X = \left\{ 2 + \frac{1}{n} \right\}$ demonstre que $\inf X = 2$ e $\sup X = 3$

3. Seja $X \subset \mathbb{R}$

- Para o conjunto $X = \left\{ -\frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}$
Demonstre que 0 é ponto de acumulação

4. Para o conjunto $X = \left\{ -\frac{1}{n}, n \in \mathbb{N} \right\}$, quem poderia ser um ponto isolado?